

平成15年7月16日

ARMD テクニカルニュース No. 6

はじめに

顧客様各位におかれましては、ますますご清栄のこととお慶び申し上げます。また、平素から米 RBTS 社の回転軸系振動解析・軸受解析システム ARMD をご愛用下さいまして、誠に有難う御座います。

さて、昨年の7月に V5.3G1 に Version up 致しました。Version up に際しましてはご協力頂きましたことを厚く御礼申し上げます。今年2月に発行しました News No. 5 以来しばらくご無沙汰しておりましたが、ここにこの News No. 6 を発刊致します。

今回の News No. 6 では、杉村様に、固有値 Mode の振れ回り方向と、それに関係する4自由度の振動解析についての解説をして頂きました。これによってお客様のお持ちの問題を解決できれば幸いです。

今後ともこの Technical News をご愛読下さいますようお願い申し上げます。

青葉事務所 蜂須賀 照憲

お知らせ No. 1

< Memory Key とその重要性 >

皆様ご存知のように、ARMD をご購入頂きますと、Memory Key が交付されます。これは1システムにつき1個です。この Memory Key がないと ARMD システムは働きません。いわば利用許諾ないしは、販売契約に代るものです。1システム1台のご利用となっております。若しこれがなければ、搭載した PC はどれでも動くことになり悪意のあるコピーを防ぐことが出来ません。Memory Key の存在意義を、宜しくご理解賜りたく存じます。

Memory Key は Sentinel Key と呼ばれます。また最近では、通称として Dongle と呼ぶこともあります。

Memory Key は通常、PC の Printer Port に設置致します。ところが最近の PC では、Printer Port の代りに USB Port を使っているものが出回ってきました。そのため USB Port に合う Memory Key を、先の V5.3 から準備致しました。そのため、新たにご購入されます時は、一般の Printer Port (25 pin) か USB Port (15 pin) かを指定して頂くことになります。また搭載する PC を USB Port しかない PC に変更されます時は申し出て頂ければ交換致します。そのときは旧 Memory Key をご返却頂きます。そのとき、システムの Serial No. は変更になります。

Memory Key は非常に大事なものですので、絶対に紛失されませんようお願い致します。契約書や権利書と同じで、Key の実費での再交付は致しません。再交付は、更にもう1set ご購入頂くのと同じ価格となります。

Memory Key は、Version up 時に、内部に書きこんである string を、ご支給する搭載ソフトによって書替えて頂く作業をお願いすることがあります。また、特に Major up 時には、Key そのものを交換させて頂くこともあります。簡単な作業ですので、そのときは宜しくご協力の程お願い申し上げます。

お知らせ No. 2

< 技術サービスについて >

技術サービスの強化については前回の News No. 5 で詳しく報告しましたが、再度ここで纏めてみますと下記ようになります。

1. 初期導入説明・教育
2. 保守サービス
3. 技術指導を伴うコンサルティングサービス
4. 委託解析サービス
5. ベンチマークテスト
6. その他

これらの料金体系についてお知りになりたい方は、メールでもご用命下されば簡単な説明書をお送り致します。料金は一般的なソフトウェア市場の常識的価格より安価に設定しております。

6. についてはこれからどんなサービスが出来るかを、多くのお客様と共々考えて参りたいと思っております。例えば、ARMD 周辺技術の研修会・操作の研修会などです。ご意見やご要望をお聞かせ頂ければ幸いです。

お知らせ No. 3

< 本社移転のお知らせ >

弊社の本社事務所は業務拡張のため去る 5 月 19 日に下記に移転致しました。これを機に一層の飛躍を致したく皆様のご協力をお願い申し上げます。

株式会社 二樹エレクトロニクス 代表取締役 宮竹正仁  
221-0022 横浜市神奈川区守屋町 3-9 B 号ビル 2F  
電話 045-450-4147 (代表) Fax. 045-450-4148

(J R 京浜東北線、横浜駅から 2 つ目の新子安駅から徒歩 8 分ほどです。)

なお、本社につきましては以上の通りですが、ARMD を扱う青葉事務所は従来通りで何ら変更はございません。今まで同様に宜しくお引き立て賜りますようお願い申し上げます。

お知らせ No. 4

< 次の Version up >

間もなく次の Version up が予定されております。V5.4G1 となる予定です。期日をはっきり申し上げることは出来ません。また、その増分の内容も確定しておりません。Version up 時に announce されます。どうかご期待下さい。ただし、円板も含めて全てを軸要素として入力し、負荷質量、極慣性モーメント、直径慣性モーメントなどをわざわざ計算して求める必要はなく、プログラムで自動的に求めてくれるようになります。

詳細は別添の技術ニュース No. 1 をご覧下さい。これはいつものように、技術協力を頂いている、すでにご存知の杉村回転機械研究所の杉村様に執筆頂いたものです。

以上

今回はよく質問される固有値 Mode の振れ回り方向とそれに関係して 4 自由度の振動解析について述べたいと思います。

### 1. 固有値振れ回り Mode

ARMD の stability analysis において固有値における振動 Mode は前向き振れ回り Mode と後ろ向き振れ回り Mode が出てきます。この事について若干の考察を加えます。(軸直角方向で水平方向を x 座標, 垂直方向を y 座標とします。)

まず非減衰の自由振動を考えますと、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \quad \text{①}$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + ky = 0 \quad \text{②}$$

の運動方程式で表されるとしますと (m : 質量, k : バネ定数)、このときに外乱を与えて自由振動をさせますと、

$$x = A \cos(p_0 t + \alpha) \quad \text{③}$$

$$y = B \cos(p_0 t + \beta) \quad \text{④}$$

の振動が発生します。これは一般的には xy 平面で見たときには楕円運動になります。(p<sub>0</sub> : 発生振動数, α, β : 位相角, t : 時)

A, B, α, β の値の関係で様々な楕円を描きます。

例えば α = 0, β = π/2 の場合には

$$x = A \cos p_0 t \quad \text{⑤}$$

$$y = B \sin p_0 t \quad \text{⑥}$$

となり

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

半径 A, B の楕円を描くことが分かります。

ここでさらに x, y の式を変形して、

$$x = \frac{A+B}{2} \cos p_0 t + \frac{A-B}{2} \cos(-p_0 t) \quad \text{⑦}$$

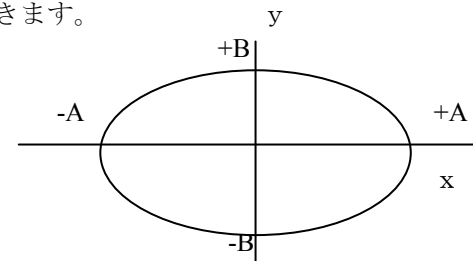
$$y = \frac{A+B}{2} \sin p_0 t + \frac{A-B}{2} \sin(-p_0 t) \quad \text{⑧}$$

と書き直してみますと、

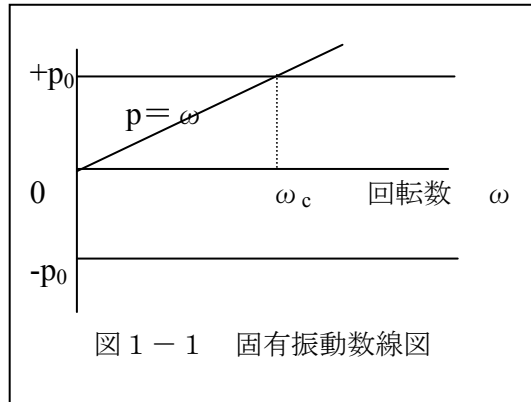
この式は、半径(A+B)/2 の反時計回りの円運動と半径(A-B)/2 の時計回りの円運動に分けられることが分かります。この場合 A=B でない限りは反対回り成分が存在します。

一般に回転と同じ方向の振れ回りを前向き振れ回り運動 Forward whirling motion と呼び、回転と反対方向の振れ回りを後ろ向き振れ回り運動 Backward whirling motion と呼んでいます。ARMD の Stability Analysis ではこれらが F, R で表示されています。

回転機械の振れ回り運動の解析では固有振動数を回転数の関数で表した固有振動数線図が用いられます。



$p > 0$  で前向き振れ回り固有値を表し、 $p < 0$  で後ろ向き振れ回り固有値を表します。今の場合は図 1-1 の様に表されます。



ここで扱っている固有振動数線図は  $p = \pm p_0 = \pm \sqrt{\frac{k}{m}}$  で回転数  $\omega$  に依存していないため、固有振動数線図は図 1-1 の様な水平な平行線になります。また危険速度  $\omega_c$  は  $p = \omega$  の交点で表されます。

## 2. 傾き振動

1 項の振動は軸についている質量の撓みのみを考えたものでたわみ振動と呼ばれますが、質量が薄い円板などの場合は軸のたわみ振動ではなく軸の傾きが振動に影響を与えますので軸の傾き振動を考える必要があります。

例えば、図 2-1 ではたわみ振動で傾き振動は起こっていませんが、図 2-2 の場合は逆に傾き振動でたわみ振動は起こっていません。

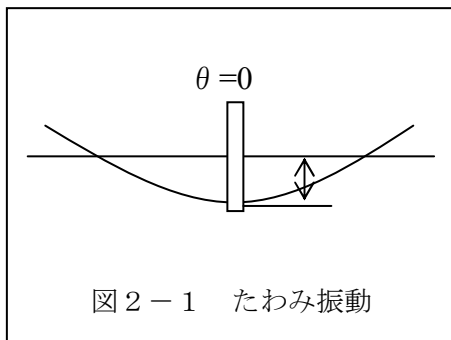


図 2-1 たわみ振動

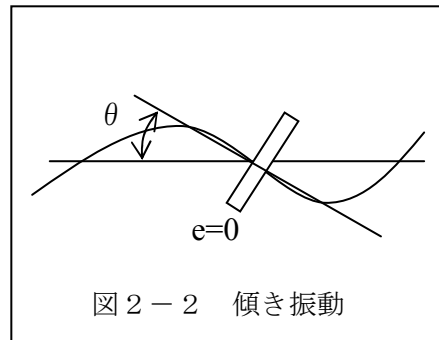


図 2-2 傾き振動

傾き振動はたわみ振動とは全く関係なく起こり得ます。

薄い円板が軸の中央に付いている場合の自由振動を考えますと、振動方程式は次のようになります。

$$I \frac{d^2 \theta_x}{dt^2} + I_p \omega \frac{d \theta_y}{dt} + \delta \theta_x = 0 \quad (9)$$

$$I \frac{d^2 \theta_y}{dt^2} - I_p \omega \frac{d \theta_x}{dt} + \delta \theta_y = 0 \quad (10)$$

ただし、

$I$ : 直径慣性モーメント,  $I_p$ : 極慣性モーメント,  $\theta_x, \theta_y$ :  $x, y$  方向の軸の傾き,  $\delta$ :

$\theta_x, \theta_y$ の傾きに対するバネ剛性（モーメント/角変位）とします。

解を

$$\theta_x = R \cos(pt + \beta') \quad (11)$$

$$\theta_y = R \sin(pt + \beta') \quad (12)$$

と置いて上式に代入しますと、

$$Ip^2 - I_p \omega p - \delta = 0 \quad (13)$$

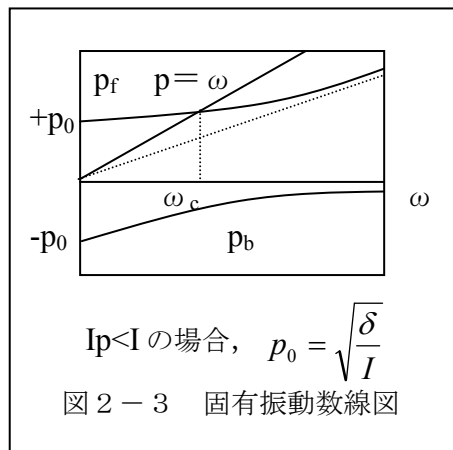
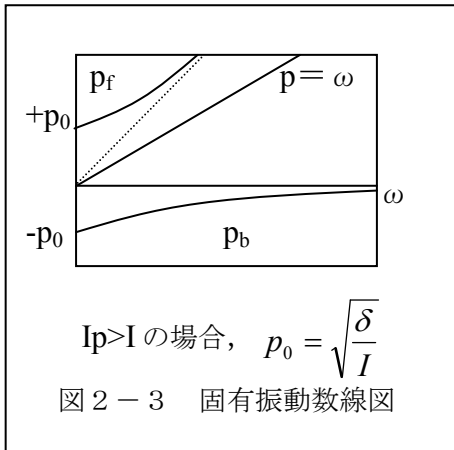
と、 $p$ の2次式になり、解を $p_f, p_b$ と置くと、

$$p_f = \frac{I_p \omega + \sqrt{(I_p \omega)^2 + 4\delta I}}{2I} \quad (14)$$

$$p_b = \frac{I_p \omega - \sqrt{(I_p \omega)^2 + 4\delta I}}{2I}$$

となります。この $p_f, p_b$ は回転数 $\omega$ に依存しており、軸の自転の方向を正方向として $\omega > 0$ とすると、常に $p_f > 0, p_b < 0$ となり、 $p_f$ が軸の自転と同方向の振れ回りで前向き歳差運動（Forward precession）、 $p_b$ が自転方向と逆の振れ回りで後ろ向き歳差運動（Backward precession）と呼ばれます。

これらを固有振動数線図で描くと図2-3、図2-4のようになります。



これらの場合にはたわみ振動と比較して振動方程式に $+I_p \omega (d\theta_x/dt), -I_p \omega (d\theta_y/dt)$ の項が加わっています。これらがジャイロ効果を現すもので回転儀項（Gyroscopic term）と言われるものです。

### 3. 4自由度系の振動

上記の1項2項でたわみ振動と傾き振動が全く関係なく起こっている場合を見ましたが、実際には同時に起こっています。この両方を考えた解析が4自由度系の振動解析となります。この場合も自由振動について考えますと、振動方程式は以下の4つの方程式で表されます。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha x + \gamma \theta_x = 0 \quad (16)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + \alpha y + \gamma \theta_y = 0 \quad (17)$$

$$I \frac{d^2 \theta_x}{dt^2} + I_p \omega \frac{d \theta_y}{dt} + \gamma x + \delta \theta_x = 0 \quad (18)$$

$$I \frac{d^2 \theta_y}{dt^2} - I_p \omega \frac{d \theta_x}{dt} + \gamma y + \delta \theta_y = 0 \quad (19)$$

ただし、

$\alpha$  : たわみ変位に対するバネ定数 (力/変位),  $\gamma$  : 角変位に対するバネ定数 (力/角変位),  $\delta$  : 角変位に対するバネ定数 (モーメント/角変位)

ここでは4つの自由度  $x$ ,  $y$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  が連成して  $\gamma \theta_x$ ,  $\gamma \theta_y$  の項と  $\gamma x$ ,  $\gamma y$  の項がたわみ振動と傾き振動に影響しあうようになります。

ここで解を、

$$x = A \cos(pt + \beta')$$

$$y = A \sin(pt + \beta')$$

$$\theta_x = B \cos(pt + \beta')$$

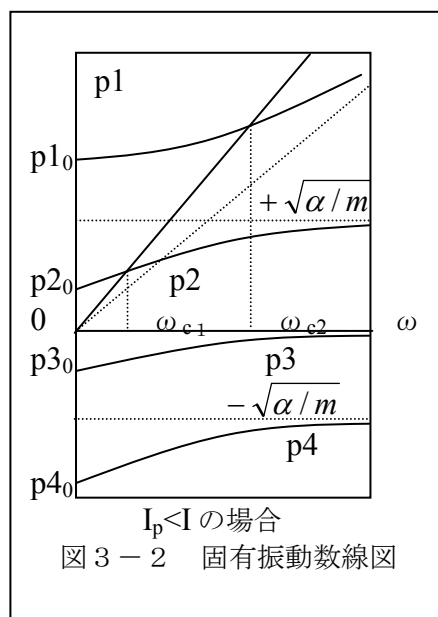
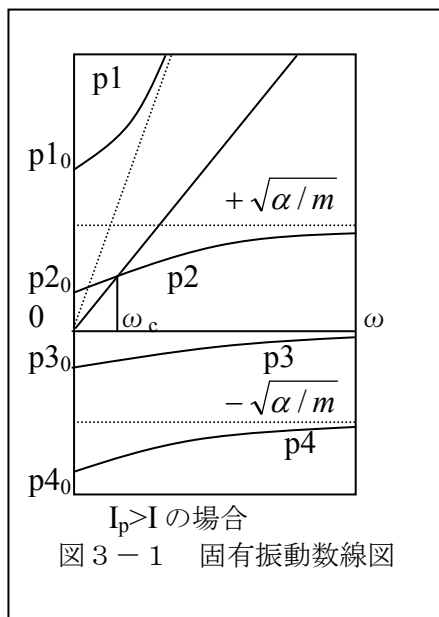
$$\theta_y = B \sin(pt + \beta')$$

と置いて⑩～⑭に代入して A, B の係数を比較して得られる式から、A, B が解を持つ条件として、

$$(\alpha - mp^2)(\delta + I_p \omega p - Ip^2) - \gamma^2 = 0$$

が得られます。

これは  $p$  の 4 次式で解が 4 つ得られてこれらの 4 つの固有値を固有振動線図に表すと図 3-1, 図 3-2 となります。

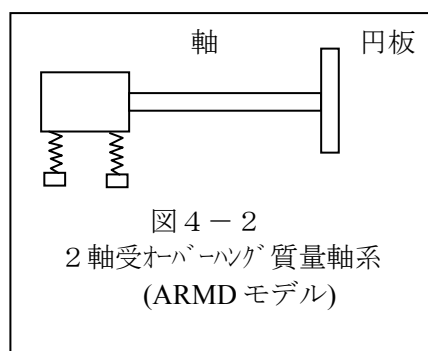
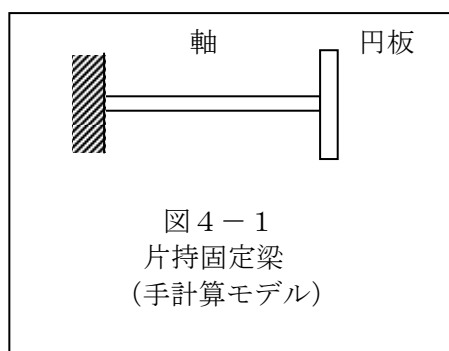


以上で見ましたように単一質量の振動系でもジャイロ効果を考えると 4 つの固有振動数がある

ることが分かります。これらの固有振動数は回転速度の影響を受けて変わります。特に回転数が無限大になるとジャイロ効果による傾き剛性が無限大になりある値に漸近してきます。例えば、 $p_3 \rightarrow 0$ ,  $p_2, p_4 \rightarrow \pm \sqrt{\alpha/m}$  の様になります。

#### 4. ARMD 解析に置く 4 自由度解析の BMT (Bench mark test)

簡単に手計算が出来る片持ちオーバーハング質量の軸系に置いて BMT を行ったものを参考に示します。解析モデルは図 4-1, 図 4-2 のようなものです。



ARMD モデルは回転軸として固定支持に近い効果を出すために、軸受剛性は充分高い値にしてあります。また支持部の系は軸部より太い軸系としてあります。

軸部分は 直径	50 mm $\phi$ 長さ 500 mm
円板部分は 直径	200 mm $\phi$ 厚さ 10 mm
円板質量	$m = 2.307$ kg
軸材 縦弾性係数	$E = 200000$ N/mm <sup>2</sup>
直径慣性モーメント	$I = 0.0561$ kgm <sup>2</sup>
極慣性モーメント	$I_p = 0.1122$ kgm <sup>2</sup>

手計算と ARMD の計算結果の比較を図 4-3 の固有振動線図に示します。両者のモデル化の違いは勿論ありますので細部では違いますが、実用上の差はありません。

勿論手計算では 2 次 Mode 以上の高次の mode は計算できないのが、ARMD では 2 次 Mode が解析されています。

#### 5. ARMD における 4 自由度解析の扱い

上記に見ましたように ARMD では 4 自由度解析が行われています。

ジャイロ効果については重要な働きをすることがお分かりいただけたと思います。この時ジャイロ効果の入力方法としては、軸部分と認識する構造体の入力を element 要素として入力し、円板部分は付加質量部分として質量と極慣性モーメント、直径慣性モーメントを入力するというのが ARMD に限らず一般的です。

実際の軸系では円板部分が軸に焼きばめや油圧ばめ等で取り付けられるので、取り付けによる剛性の影響を工夫して入力する必要があります。

固有値線図  
(ARMD解析値と手計算値の比較)

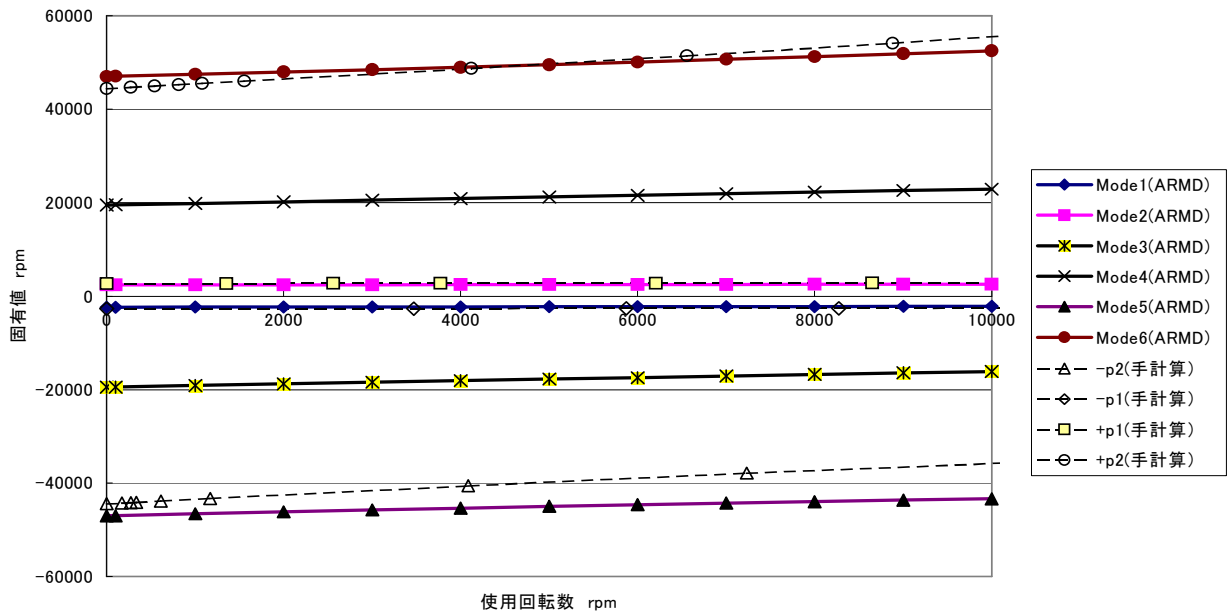


図 4-3 固有振動数線図 (ARMD 解析値と手計算の比較)

一方円板が軸から一体で削り出されている場合は、どの部分までを軸要素として考え、どこからを円板要素として扱うかは解析者の KNOW-HOW 的な部分があります。

ARMD ではこの場合に、円板も含めて全てを軸要素として入力してしまうことが可能になりました。つまり負荷質量、極慣性モーメント、直径慣性モーメントなどをわざわざ計算して求める必要はなく、プログラムで自動的に求めてくれます。

現在の V 5. 3 のアンバランス応答(ROSYNC module)ではすでにこの考えは ARMD に入っています、

- stability analysis (ROSTAB module)
- stability Map (ROTORMAP module)
- Time-transient response (RORESP module)

においても、この扱いが可能になりました。

次期バージョンからこのプログラムが組み込まれます。

試用版を入手していますので、ご希望の方にはお送りします。青葉事務所、または私の方へお申し込み下さい。新 File をお送りします。

新 File はそれぞれ

- ROSTAB 4 DOF.exe
- ROTORMAP 4 DOF.exe
- RORESP 4 DOF.exe

です。それぞれ現状の ROSTAB.exe の名前を変えて ROSTABold.exe とでもしておいて、上記 file を ROSTAB.exe に名前を変えて実行することが出来ます。

現状のままでも、従来通り軸要素と円板要素に分けて入力すれば何ら変わりはありません。

以上